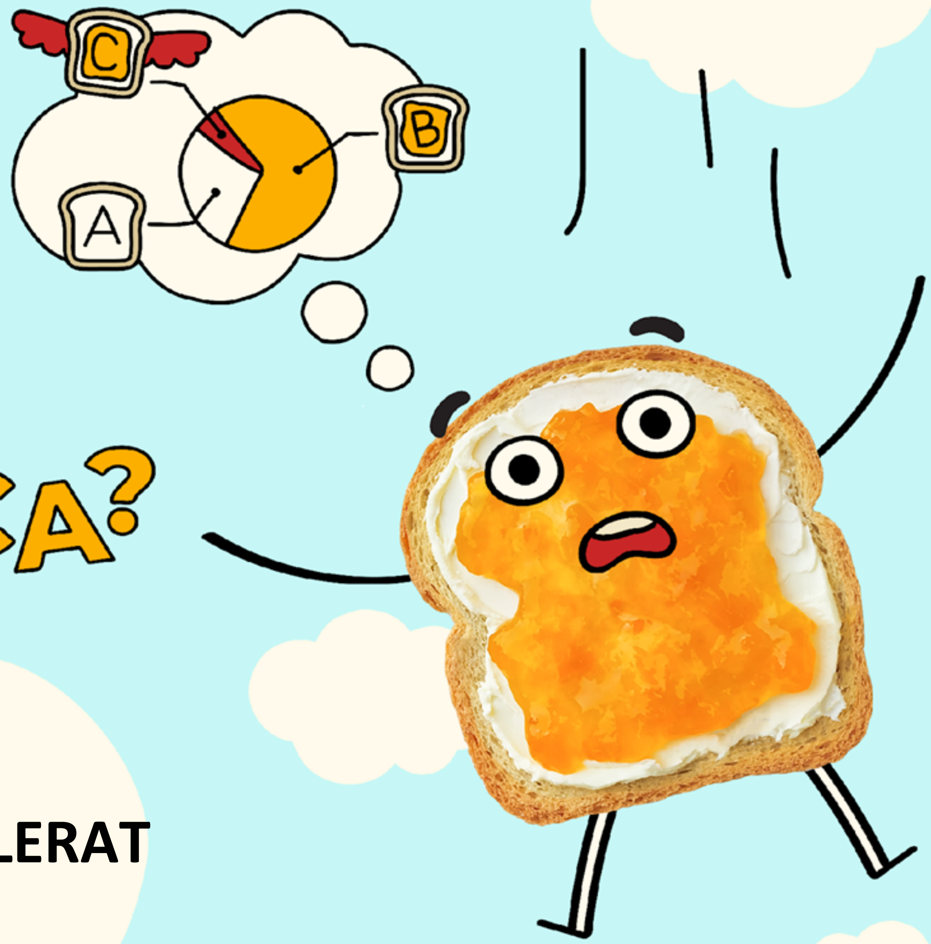
Quarta Jornada de divulgació del món de l’estadística, 4 i 7 de març 2024

Per a què serveix L’ESTADÍSTICA?



ESTADíSTICA ADREÇADA A BATXILLERAT

Universitat de Barcelona GRBIO La UB divulga https://grbio.upc.edu/en/grbio-divulga

Guadalupe Gómez Melis

Concepció Arenas Sola

Leire Garmendia Bergés

Yovaninna Alarcón Soto

GRBIO Divulga

Andrea Toloba López-Egea

Mireia Besalú Mayol

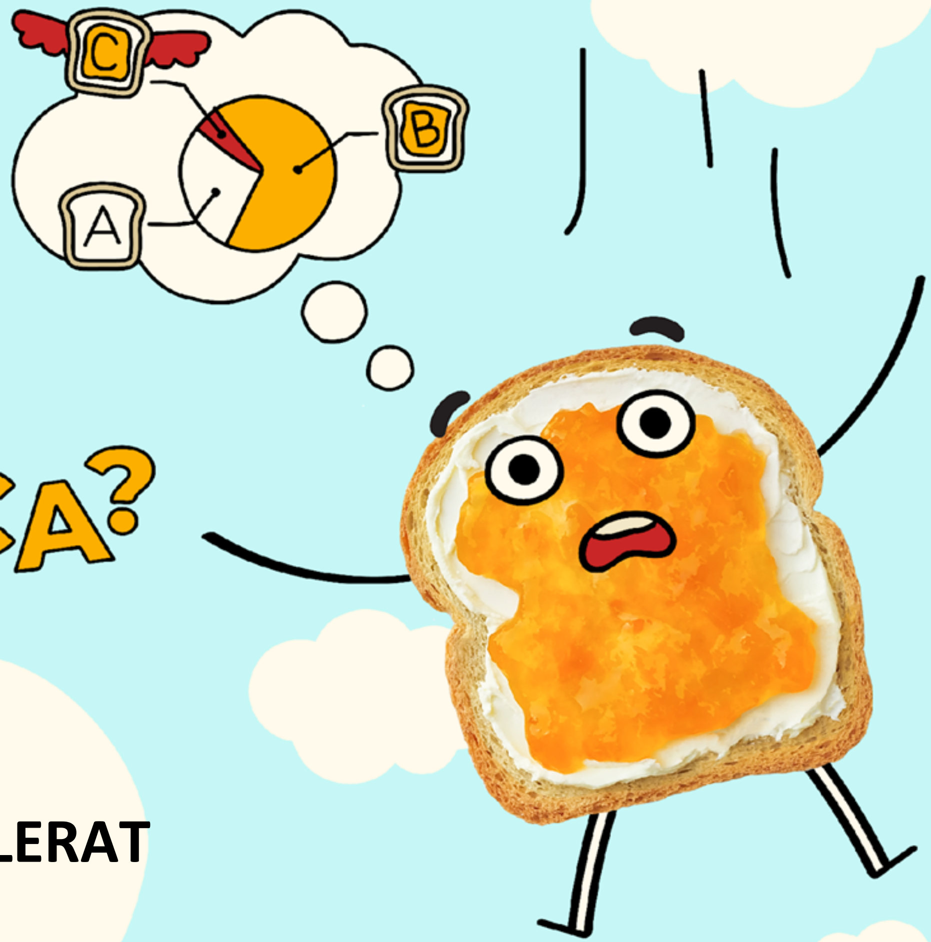
Antonio Miñarro Alonso

Nuria Pérez Álvarez

Cristian Tebé Cordomí

Quarta Jornada de divulgació del món de l'estadística, 4 i 7 de març 2024

Per a què serveix L'ESTADÍSTICA?



ESTADíSTICA ADREÇADA A BATXILLERAT

Part IV: Leire Garmendia

UNIVERSITAT DE BARCELONA

GRBIO

La UB divulga

Distribució Normal i Binomial

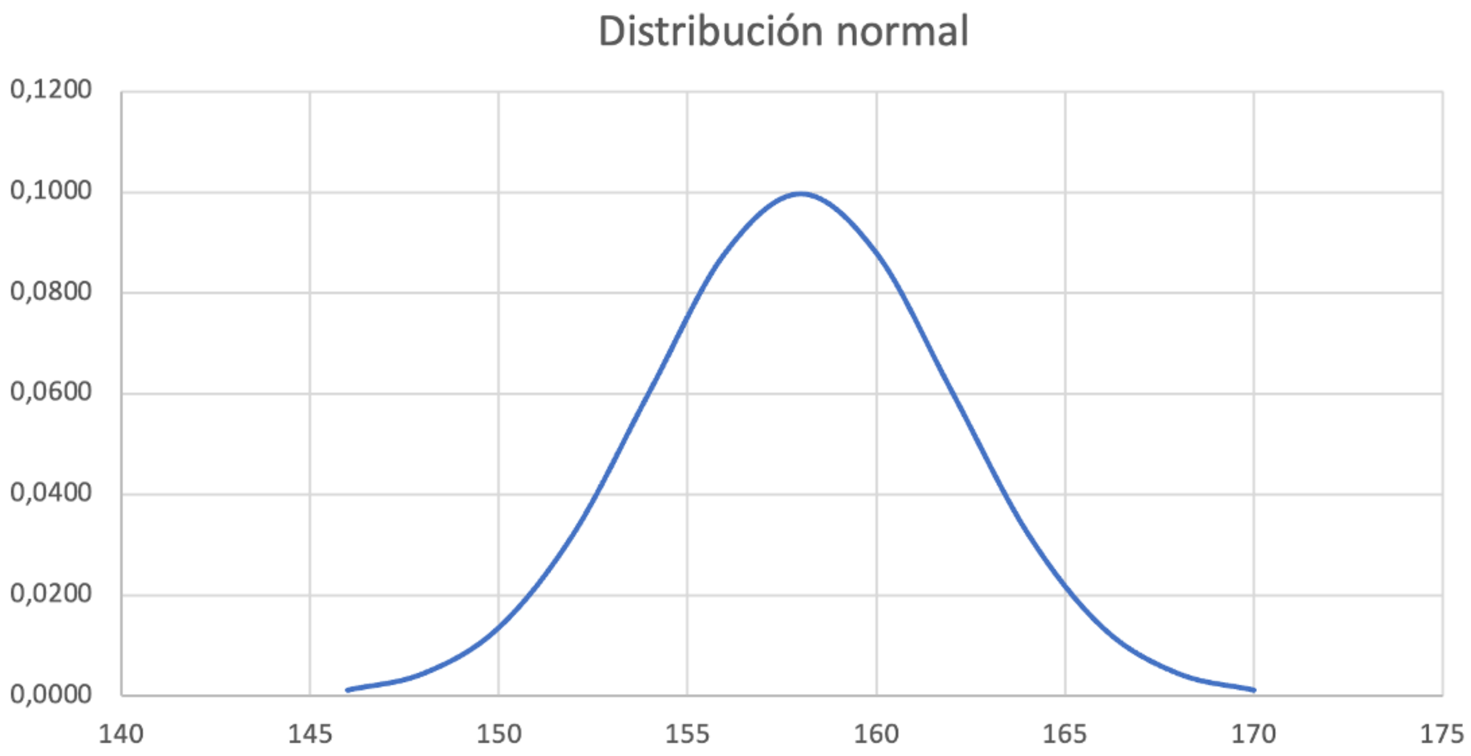
UNIVERSITAT DE BARCELONA

GRBIO

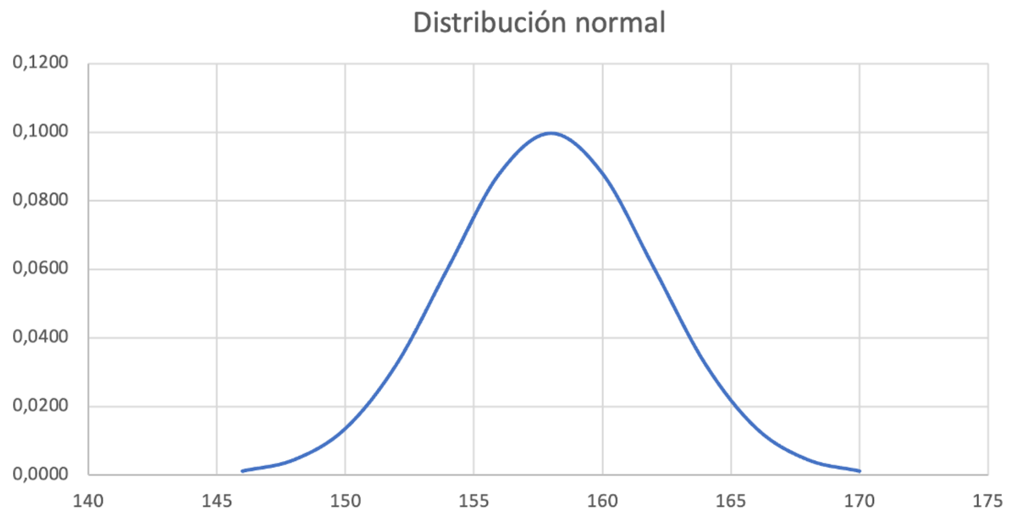
LaUB divulga

Analitzant l’altura de les alumnes

Ordenem a les alumnes de 14 anys per alçada.
Què observem?



Què és la distribució normal?



- Per a variables contínues:
  - Alçada
  - Pes
  - Índex de massa corporal…

- Idea:

  Els **valors** de la variable són **simètrics al voltant de la mitjana** (μ).

Exemple distribució normal

Volem saber, amb una certa probabilitat, entre quins valors es trobarà l'alçada d'una noia de 14 anys d'aquesta població i ens diuen:

- L'alçada segueix una **distribució normal**
- De **mitjana** mesuren **158cm**

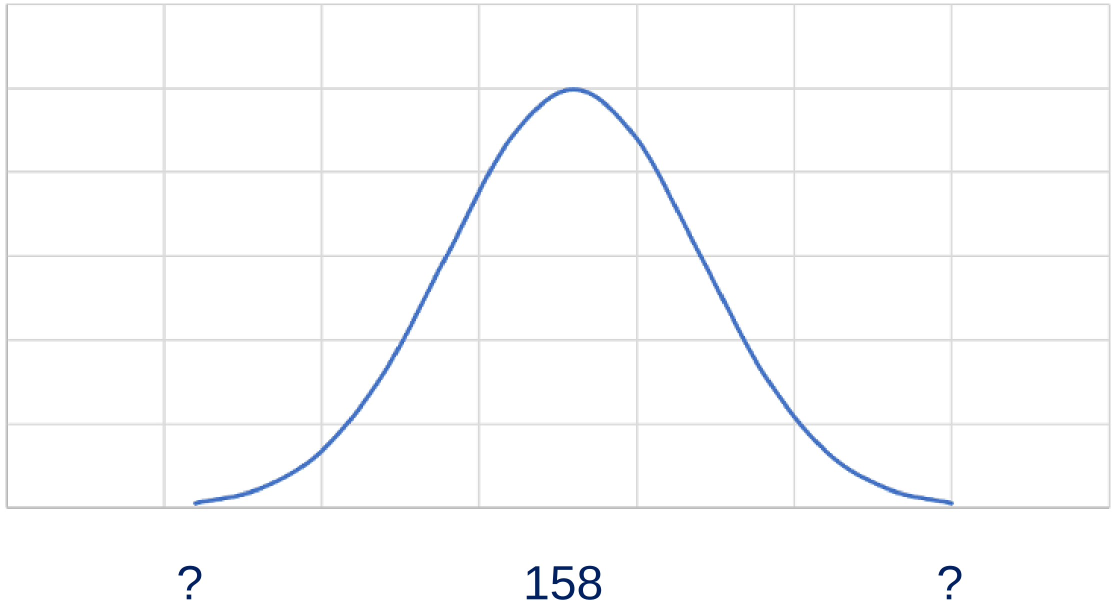
Exemple distribució normal

Volem saber, amb una certa probabilitat, entre quins valors es trobarà l'alçada d'una noia de 14 anys d'aquesta població i ens diuen:

- L'alçada segueix una **distribució normal**
- De **mitjana** mesuren **158cm**

Llavors, sabem que la majoria de les noies de 14 anys mesuraran **al voltant de 158 cm**.

Però com de prop?

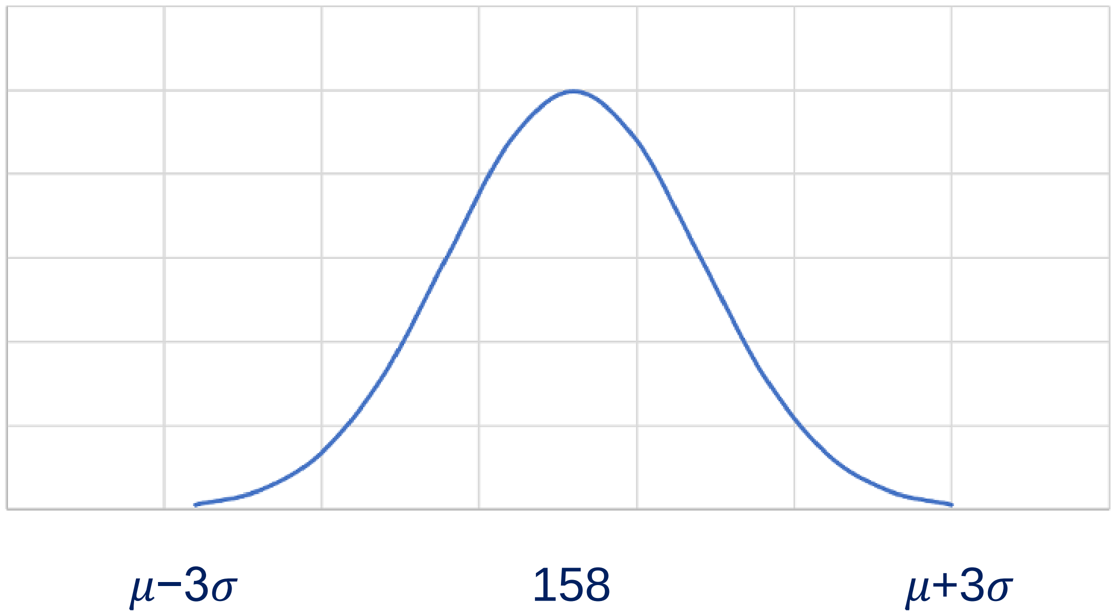


Però com de prop?

Això ens ho indica la **desviació típica** (σ).

Llavors, amb **una probabilitat d'un 99,7%** sabem que la variable prendrà valors que estiguin a **una distància de tres desviacions típiques de la mitjana** (μ) tant a la dreta com a l'esquerra:

$$x_i \in (\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$$



Exemple distribució normal

Volem saber, amb una certa probabilitat, entre quins valors es trobarà l'alçada d'una noia de 14 anys d'aquesta població i ens diuen:

- L'alçada segueix una **distribució normal**
- De **mitjana** mesuren **158cm**
- **Desviació típica** de **4cm**

Llavors, amb un 99,7% de probabilitat la noia mesurarà

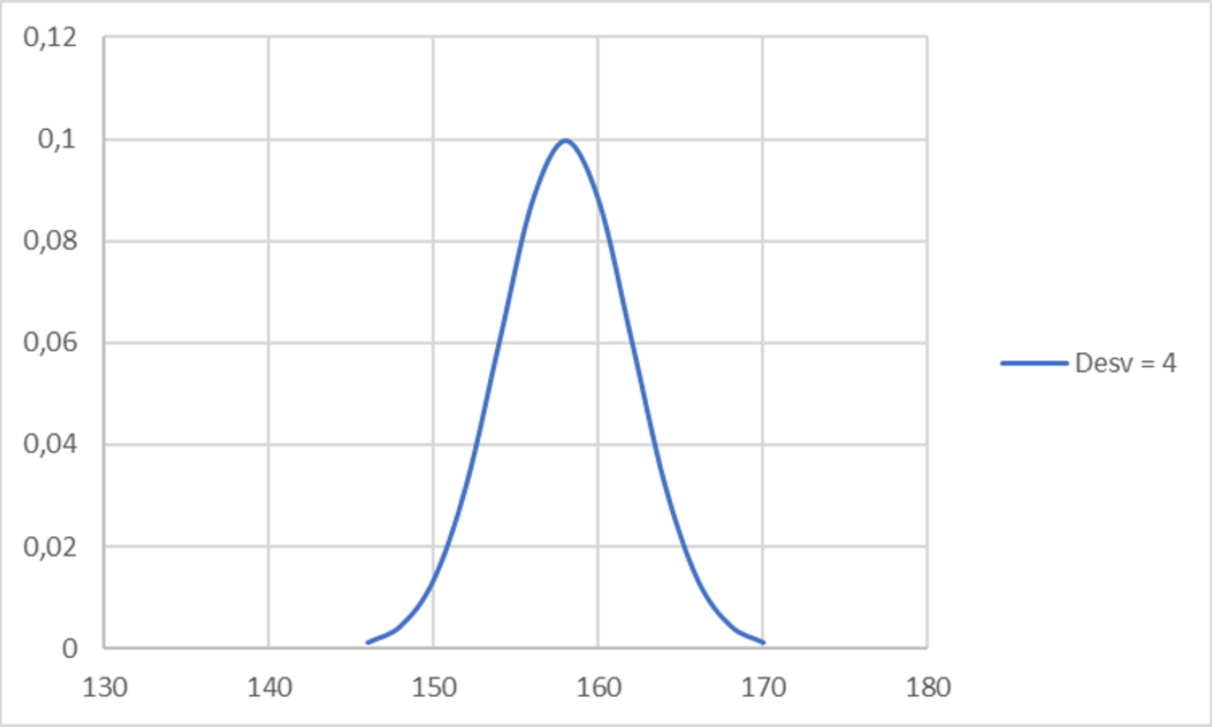
$$x_i \in (\mu-3\sigma, \mu+3\sigma) = (158-3*4, 158+3*4) = (146 , 170)\ cm$$

És a dir, l**a noia mesurarà entre 146 cm i 170 cm amb una probabilitat del 99,7%.**

Exemple distribució normal

Llavors, amb un 99,7% de probabilitat la noia mesurarà

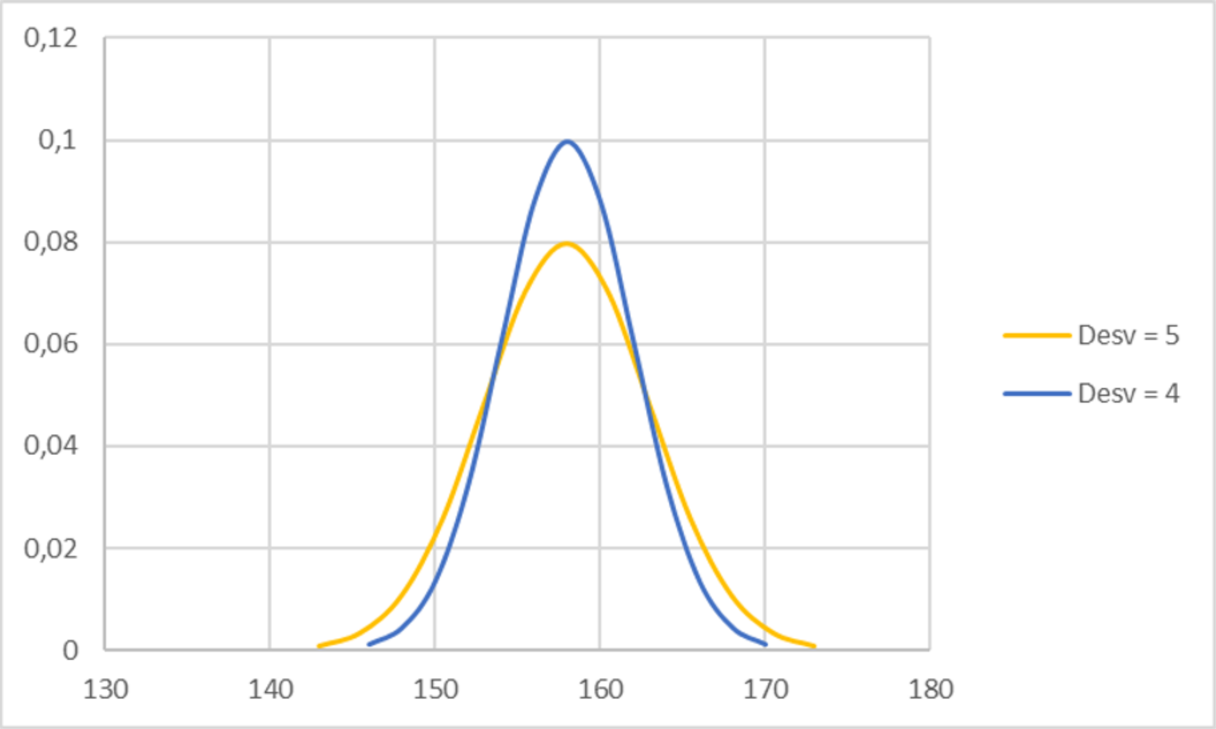
$$x_i \in (\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma) = (158 - 3 * 4, 158 + 3 * 4) = (146, 170)$$



Exemple distribució normal

Si augmentem la desviació típica:

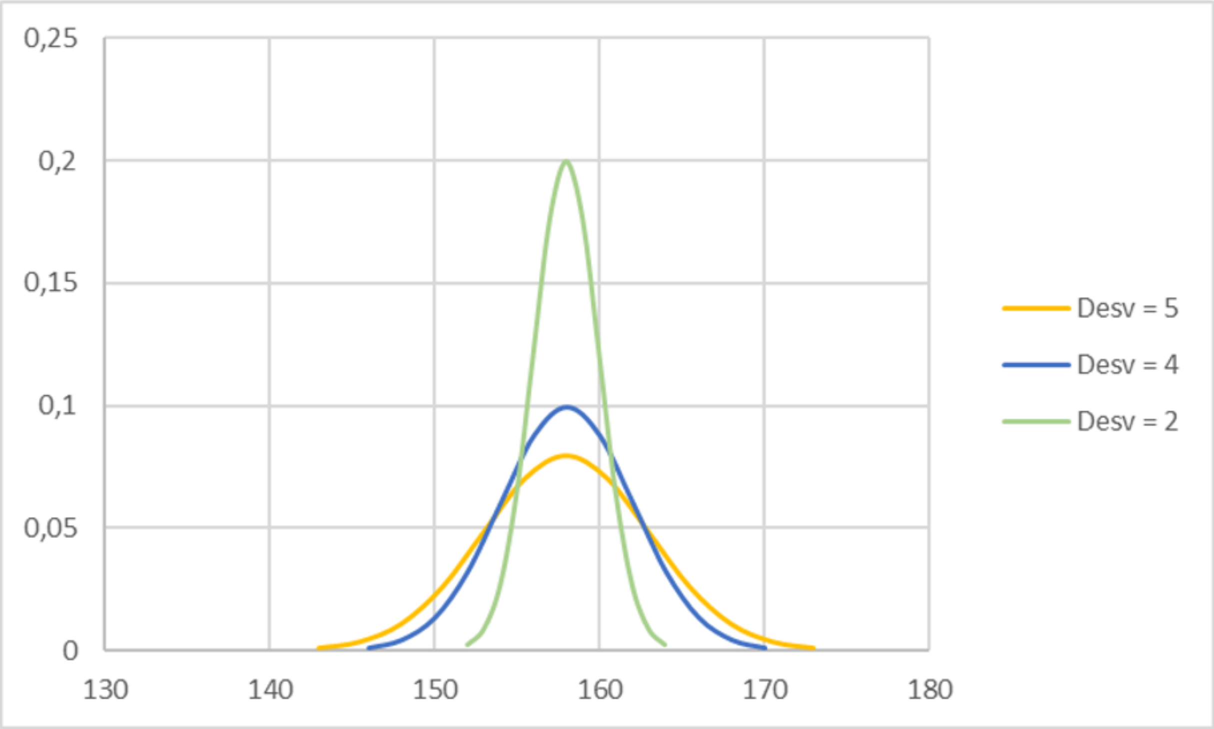
$$x_i \in (\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma) = (158 - 3 * 5, 158 + 3 * 5) = (143, 173)$$



Exemple distribució normal

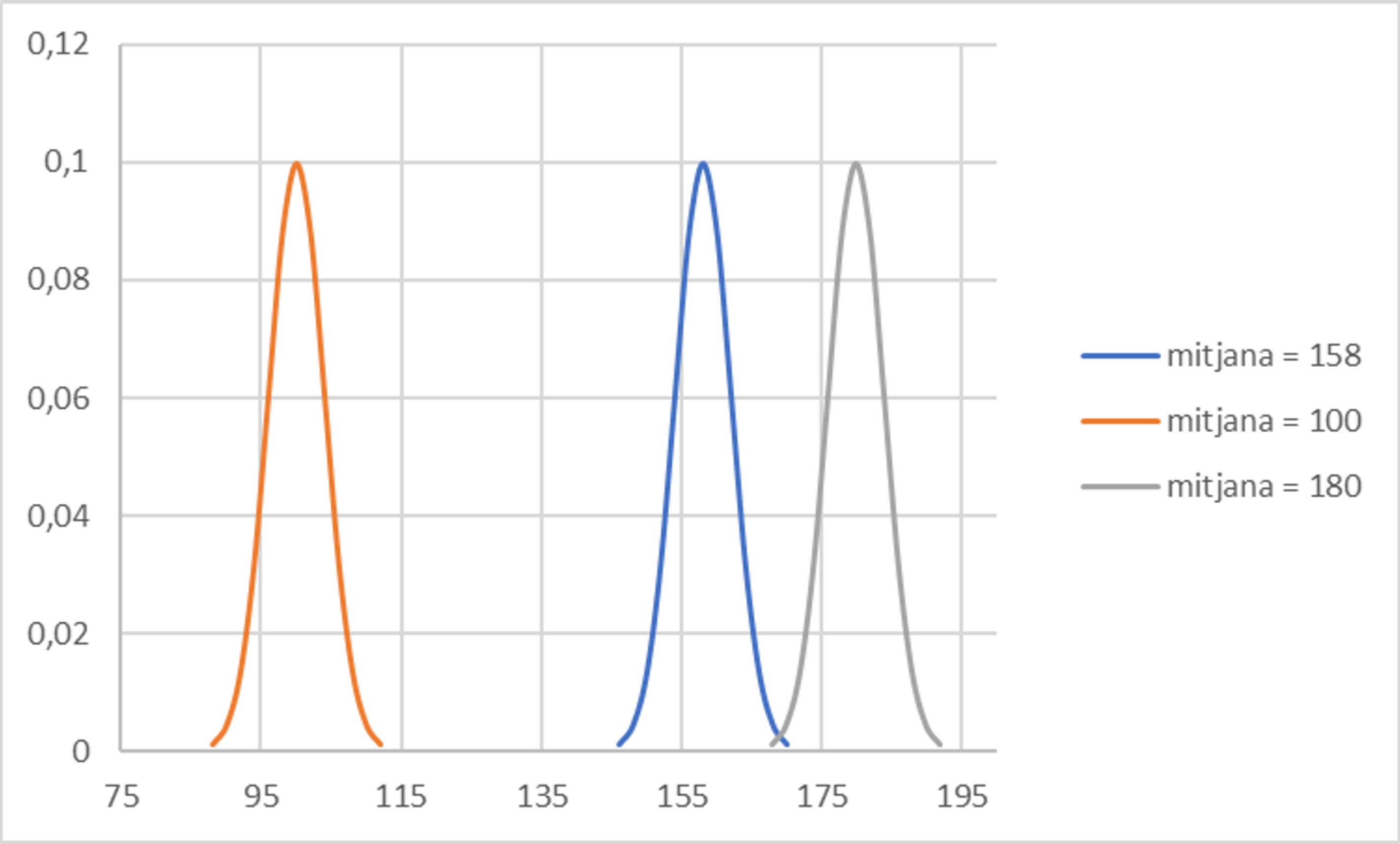
Si disminuïm la desviació típica:

$$x_i \in (\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma) = (158 - 3 * 2, 158 + 3 * 2) = (152, 164)$$

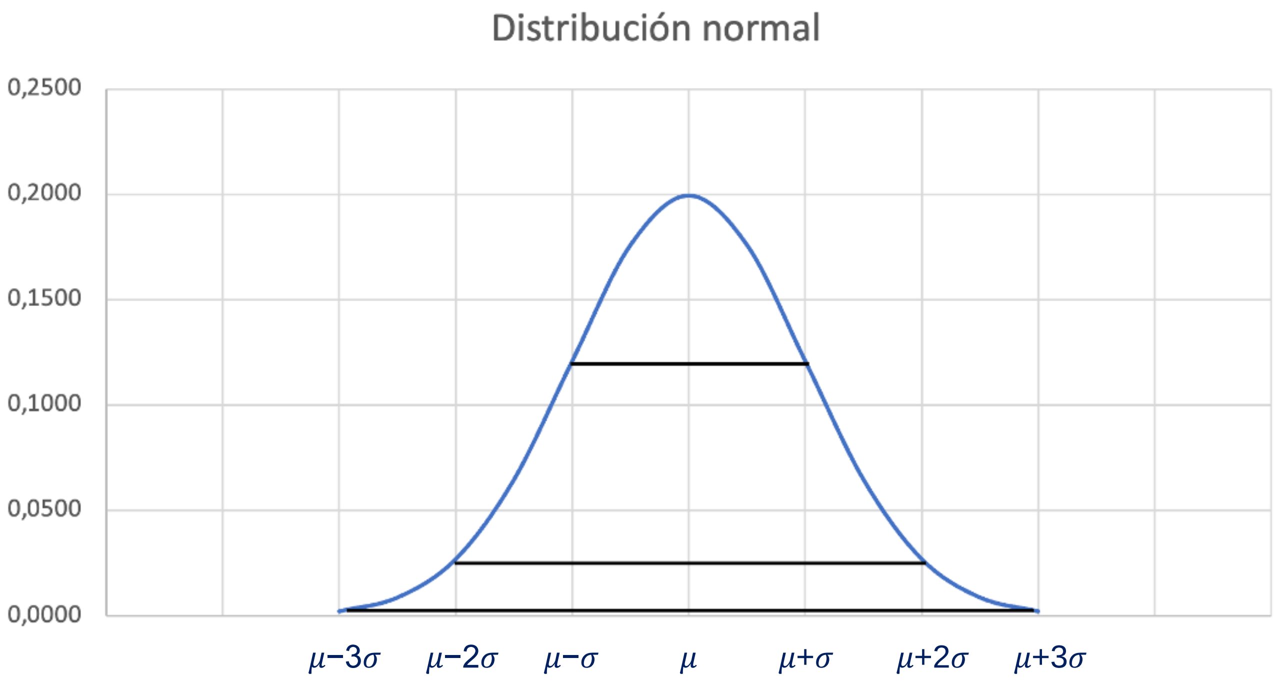


Exemple distribució normal

Si **mantenim la desviació típica i canviem la mitjana**:



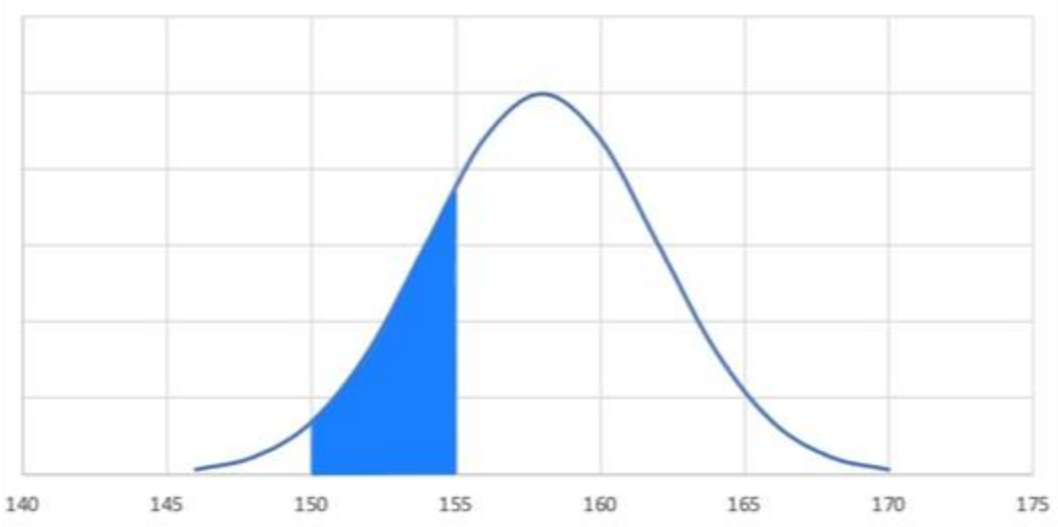
Representació gràfica



La distribució normal es representa gràficament mitjançant la **campana de Gauss**.

- **Eix horitzontal**: els infinits valors numèrics que pot prendre la nostra variable.
- **Eix vertical**: densitat.

Campana de Gauss



- Probabilitat de prendre un valor exacte → 0
- Probabilitat de prendre un valor dins d'un rang → àrea sota la corba delimitada pels extrems de l’interval

Com es calcula l’àrea sota la corba?

Podem calcular l'àrea sota la corba mitjançant Excel.

Què és la Distribució Binomial?

❖ Per a variables **discretes dicotòmiques**

❖ Idea:
Repetim una acció que tingui 2 opcions n vegades
- Llançar n = 10 una moneda a l'aire (cara/creu)
- Llançar n = 23 un dau (surt un 4 o no)
- Mirem durant n = 7 dies si es té febre o no

i volem saber quina és la probabilitat de què surti k vegades l'opció d'interès
- Probabilitat d'obtenir k = 3 cares en n = 10 llançaments
- Probabilitat d'obtenir k = 6 cares amb un 4 en n = 23 llançaments d'un dau
- Probabilitat de tenir k = 3 dies febre d'entre n = 7 dies d'observació

Exemple distribució binomial

Durant una setmana (de dilluns a diumenge) prenem la temperatura a una persona hospitalitzada i volem saber quants dies tindrà febre (temperatura > 38°). Sabem que:

- Segueix una **distribució binomial**
- **P("febre") = 0,3**
- **P("no febre") = 0,7 = 1-P("febre")**

Llavors, quina és la **probabilitat que tingui febre 3 vegades en una setmana**?

Opcions de tenir febre 3 dies de 7

Dilluns (dl)	Dimarts (dm)	Dimecres (dc)	Dijous (dj)	Divendres (dv)	Dissabte (ds)	Diumenge (dg)	Probabilitat
Si	Si	Si	No	No	No	No	0,3 0,3 0,3 0,7 0,7 0,7 0,7
Si	Si	No	Si	No	No	No	0,3 0,3 0,7 0,3 0,7 0,7 0,7
Si	Si	No	No	Si	No	No	0,3 0,3 0,7 0,7 0,3 0,7 0,7
…							
No	No	No	Si	No	Si	Si	0,7 0,7 0,7 0,3 0,7 0,3 0,3
No	No	No	No	Si	Si	Si	0,7 0,7 0,7 0,7 0,3 0,3 0,3

En total quants possibilitats hi ha de tenir febre 3 dies d'un total de 7 dies?

En total quants possibilitats hi ha de tenir febre 3 dies d’un total de 7 dies?

35 són les possibles maneres de tenir **febre 3 dies entre els 7 dies** de seguiment.

Cal fixar-se en que:

- No ens importa l’ordre (tenir febre dl, dm i dj és el mateix que tenir febre dm, dl i dj)
- No hi ha repeticions (no podems tenir febre dl, dl i dl)

→ Combinatòria sense repetició

Com ho calculem?

Combinatòria sense repetició:

$$C_7^3 = \binom{7}{3} = \frac{7!}{3!\,(7-3)!} = 35$$

En general, les combinacions de n elements agafats de k en k són:

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Probabilitat de tenir febre 3 dies?

Per tant,

$$P(\text{“}tenir\ febre\ 3\ vegades\ en\ 7\ dies\text{”}) = 35 \cdot 0{,}3^3 \cdot 0{,}7^4 = 0{,}227$$

En general

Si la variable X segueix una distribució binomial B(n, p), la probabilitat d'obtenir k èxits és:

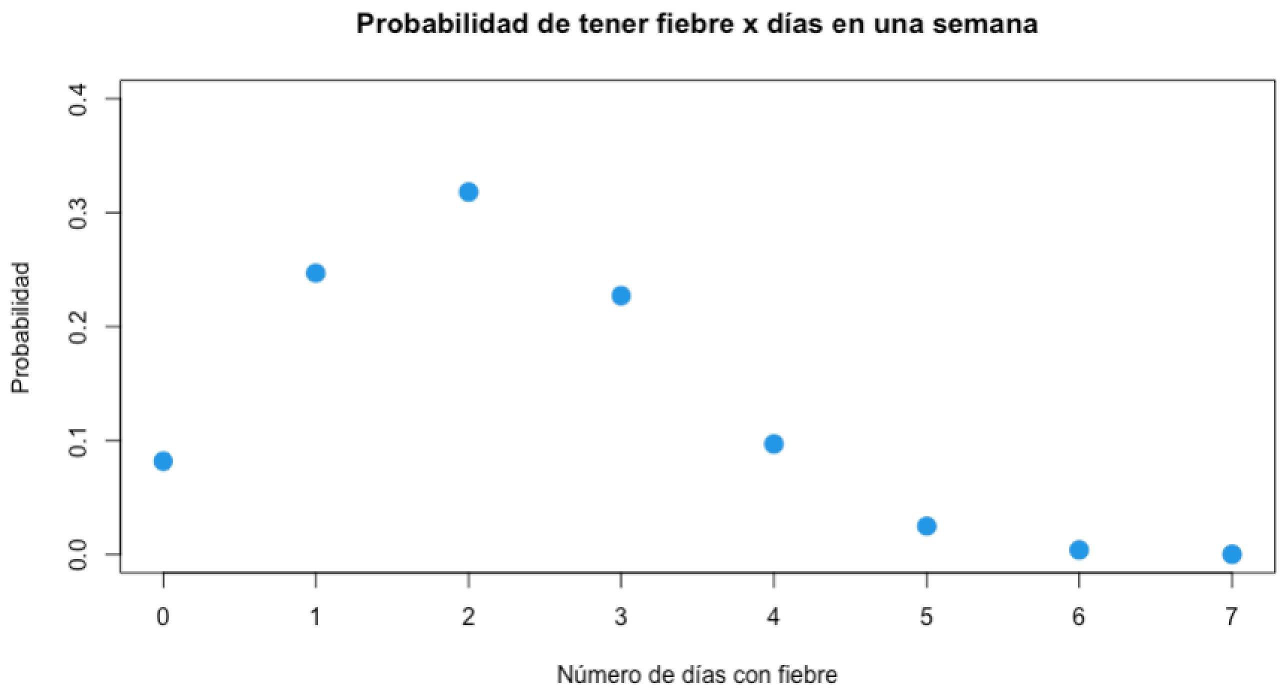
$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}=\frac{n!}{k!\,(n-k)!}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

Aquesta distribució té:

- Mitjana: $\mu = np$
- Desviació típica: $\sigma=\sqrt{np(1-p)}$

Però, quants dies tindrà febre?

Calculem la probabilitat que tingui febre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7 dies:



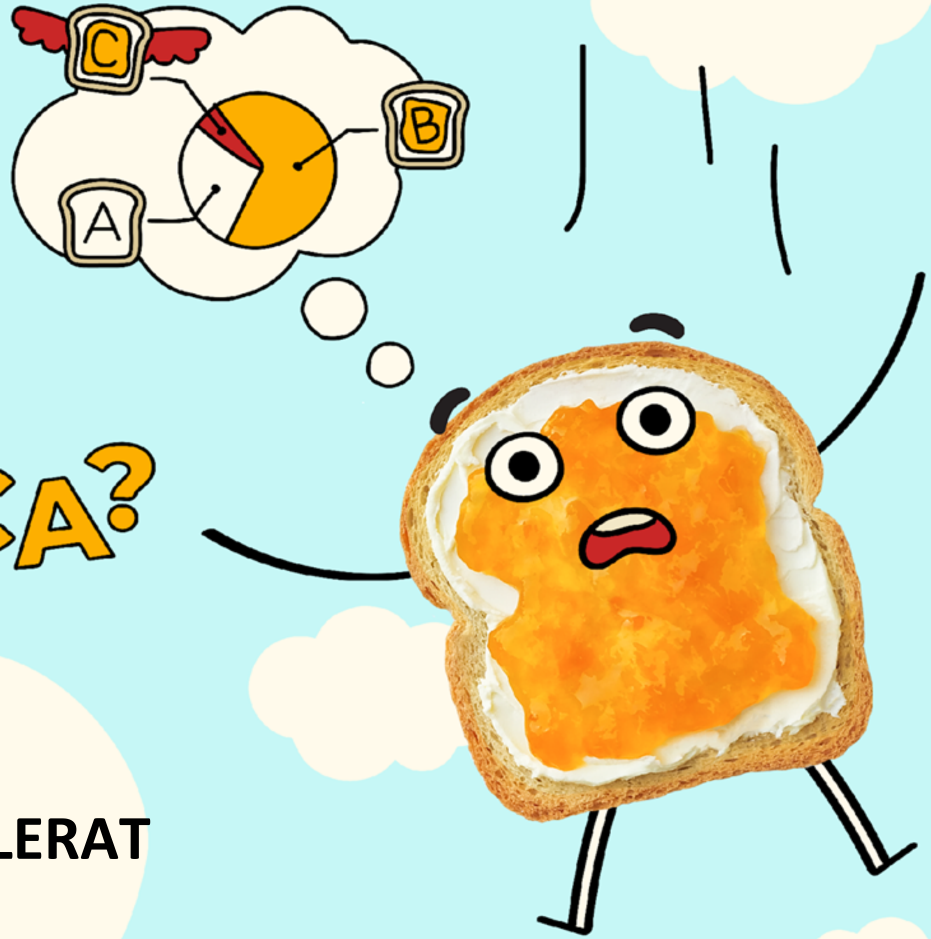
Veiem que el més probable és que tingui febre 2 dies

Com calculem aquesta probabilitat?

Podem calcular-la mitjançant Excel.

Quarta Jornada de divulgació del món de l’estadística, 4 i 7 de març 2024

Per a què serveix L’ESTADÍSTICA?



ESTADíSTICA ADREÇADA A BATXILLERAT

Activitats part IV

UNIVERSITAT DE BARCELONA GRBIO LaUB divulga

La resposta correcta s'indica en vermell

Si en una distribució normal augmentem la desviació típica, el rang de valors que concentra un 50% de probabilitat centrat a la mitjana

1. S'eixampla
2. S'estreny
3. Es desplaça
4. Es manté igual

Pot ser P(X=k) > 1?

1. Sí, si X segueix una distribució normal
2. Sí, si X segueix una distribució binomial
3. Sí, tant si X segueix una distribució normal o binomial
4. No, en cap cas

Per a quin tipus de variables usem la distribució binomial?

1. Variables discretes
2. Variables dicotòmiques
3. Variables numèriques
4. Variables nominals

Quan treballem amb una distribució binomial sempre tindrem un valor més probable que la resta.

1. Cert
2. Fals